

אין להעביר את הנוסחאון
לנבחן אחר

מקום לנכתוב תשובות

נוסחאון בבקרה לכיתה י"ג

(7 עמודים)

התמרת לפלס

הגדרה: $\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = F(s)$

המרת נגזרת של פונקציה: $\mathcal{L}[D^n f(t)] = s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}Df(0) - \dots - D^{n-1}f(0)$

המרת אינטגרל של פונקציה: $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{1}{s}F(s) + \frac{1}{s}F(0)$

כאשר $F(0)$ הוא ערך האינטגרל בזמן $t = 0$ $\int_{-\infty}^0 f(\tau) d\tau$

משפט הערך הסופי: $\lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$

משפט הערך ההתחלתי: $\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t)$

פרוק לשברים חלקיים עם קטבים ממשיים: $A_{q(r-k)} = \left\{ \frac{1}{k!} \frac{d^k}{ds^k} \left[(s-s_q)^r \frac{P(s)}{Q(s)} \right] \right\}_{s_q}$

r – מספר השורשים הכפולים

$k = 0, 1, 2 \dots r - 1$

S_q השורש

פרוק לשברים חלקיים עם קטב מרוכב: $F(s) = \frac{20}{(s^2 + 2s + 4)(s + 2)} = \frac{As + B}{s^2 + 2s + 4} + \frac{C}{s + 2}$

טבלת התמרות לפלס		
	F(s)	f(t) , t ≥ 0
1.	1	u ₀ (t) הלם של יחדה בזמן t = 0
2.	$\frac{1}{s}$	1 or u ₋₁ (t) מדרגה של יחדה המתחילה בזמן t = 0
3.	$\frac{1}{s^2}$	tu ₋₁ (t) שיפוע של יחדה
4.	$\frac{1}{s^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1}$ שלם חיובי n =
5.	$\frac{1}{s} e^{-at}$	u ₋₁ (t - a) מדרגה של יחדה המתחילה בזמן t = a
6.	$\frac{1}{s} (1 - e^{-at})$	u ₋₁ (t) - u ₋₁ (t - a) דופק ריבוע
7.	$\frac{1}{s+a}$	e ^{-at}
8.	$\frac{1}{(s+a)^a}$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-at}$ שלם חיובי n =
9.	$\frac{1}{s(s+a)}$	$\frac{1}{a} (1 - e^{-at})$
10.	$\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{ab} \left(1 - \frac{b}{b-a} e^{-at} + \frac{a}{b-a} e^{-bt} \right)$, a ≠ b
11.	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	sin ωt
12.	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	cos ωt
13.	$\frac{s + \alpha}{s^2 + \omega^2}$	$\frac{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}{\omega} \sin(\omega t + \phi)$ ϕ = tan⁻¹ $\frac{\omega}{\alpha}$

14.	$\frac{s \sin \theta + \omega \cos \theta}{s^2 + \omega^2}$	$\sin(\omega t + \theta)$
15.	$\frac{1}{s(s^2 + \omega^2)}$	$\frac{1}{\omega^2}(1 - \cos \omega t)$
16.	$\frac{s + \alpha}{s(s^2 + \omega^2)}$	$\frac{\alpha}{\omega^2} - \frac{\sqrt{a^2 + \omega^2}}{\omega^2} \cos(\omega t + \phi) \quad \phi = \tan^{-1} \frac{\omega}{\alpha}$
17.	$\frac{1}{(s+a)(s^2 + \omega^2)}$	$\frac{e^{-at}}{a^2 + \omega^2} + \frac{1}{\omega \sqrt{a^2 + \omega^2}} \sin(\omega t + \phi) \quad \phi = \tan^{-1} \frac{\omega}{a}$
18.	$\frac{1}{(s+a)^2 + b^2}$	$\frac{1}{b} e^{-at} \sin bt$
19.	$\frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$	$\frac{1}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t$
20.	$\frac{s + a}{(s+a)^2 + b^2}$	$e^{-at} \cos bt$
21.	$\frac{s + \alpha}{(s+a)^2 + b^2}$	$\frac{\sqrt{(\alpha - a)^2 + b^2}}{b} e^{-at} \sin(bt + \phi) \quad \phi = \tan^{-1} \frac{b}{\alpha - a}$
22.	$\frac{1}{s[(s+a)^2 + b^2]}$	$\frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{b\sqrt{a^2 + b^2}} e^{-at} \sin(bt - \phi) \quad \phi = \tan^{-1} \frac{b}{-a}$
23.	$\frac{1}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$	$\frac{1}{\omega_n^2} - \frac{1}{\omega_n^2 \sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t + \phi) \quad \phi = \cos^{-1} \zeta$

טבלת ראוט

כתיבת המשוואה האופיינית $Q(s)$:

$$Q(s) = b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + b_{n-2} s^{n-2} + \dots + b_1 s + b_0 = 0$$

s^n	b_n	b_{n-2}	b_{n-4}	b_{n-6}	\dots
s^{n-1}	b_{n-1}	b_{n-3}	b_{n-5}	b_{n-7}	\dots
s^{n-2}	c_1	c_2	c_3	\dots	
s^{n-3}	d_1	d_2	\dots		
s^1	j_1				
s^0	k_1				

$$c_1 = \frac{b_{n-1}b_{n-2} - b_n b_{n-3}}{b_{n-1}}$$

$$c_2 = \frac{b_{n-1}b_{n-4} - b_n b_{n-5}}{b_{n-1}}$$

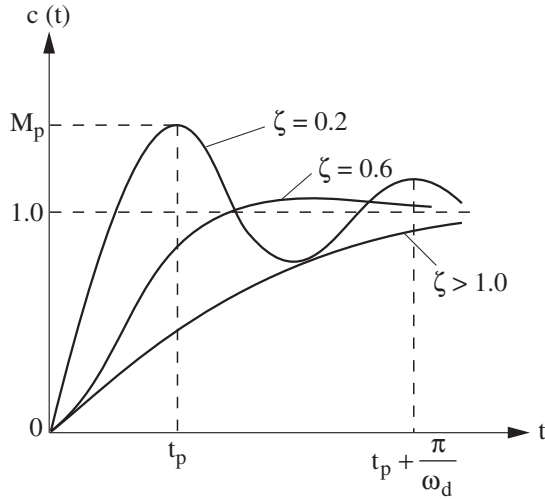
$$c_3 = \frac{b_{n-1}b_{n-6} - b_n b_{n-7}}{b_{n-1}}$$

$$d_1 = \frac{c_1 b_{n-3} - b_{n-1} c_2}{c_1}$$

$$d_2 = \frac{c_1 b_{n-5} - b_{n-1} c_3}{c_1}$$

$$d_3 = \frac{c_1 b_{n-7} - b_{n-1} c_4}{c_1}$$

תגובת מערכת מסדר שני למבוא מדרגה של יחידה (א') ומבוא הלאם (ב') בתלות במקדם הריסון:



איור א'

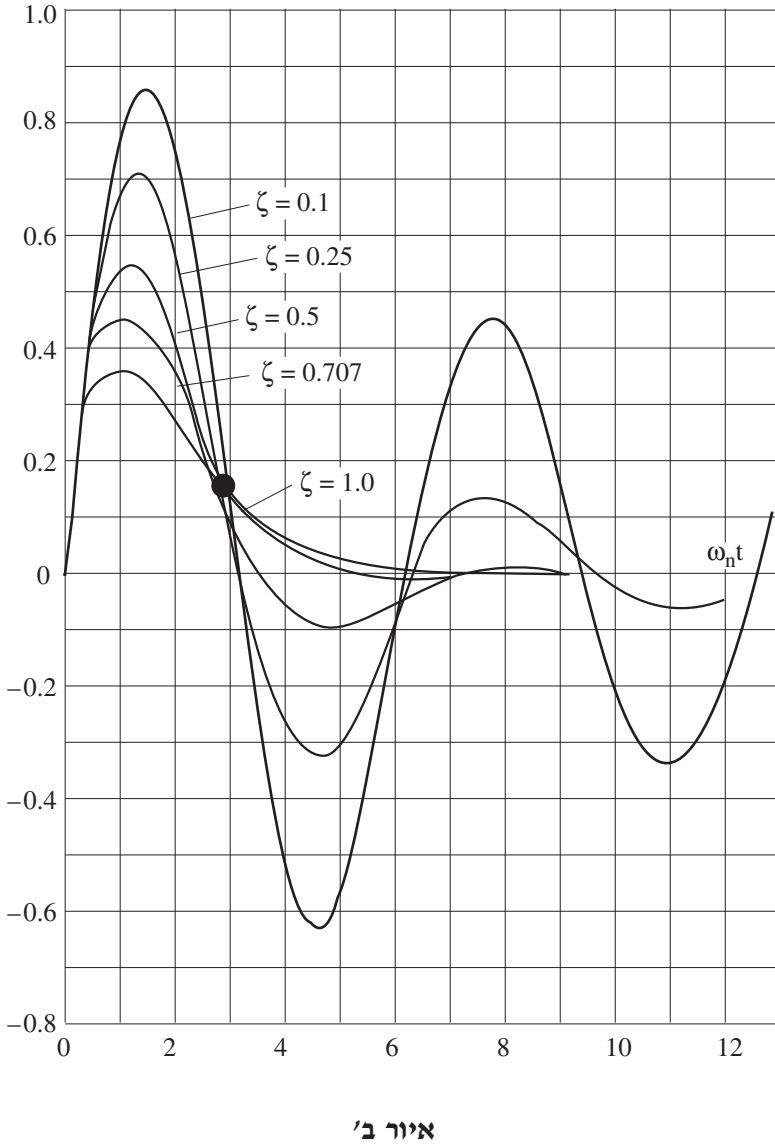
$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$$

$$M_p = 1 + e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$$

כאשר:

- M_p – הערך המרבי של תגובת היתר
- t_p – זמן תגובת היתר המרבית
- ω_d – התדירות הזוויתית של התנודה המרוסנת



טבלת קבועי השגיאה למערכת עם משוב יחידה:

פרבולה		שיפוע יחיד		מדרגה יחידה		מבוא
שגיאת המצב המתמיד	k_a	שגיאת המצב המתמיד	k_v	שגיאת המצב המתמיד	k_p	סוג המערכת
∞	0	∞	0	$\frac{1}{1+k_p}$	$\frac{KB_1(0)}{B_2(0)}$	סוג 0
∞	0	$\frac{1}{k_v}$	$\frac{KB_1(0)}{B_2(0)}$	0	∞	סוג 1
$\frac{2}{K_a}$	$\frac{KB_1(0)}{B_2(0)}$	0	∞	0	∞	סוג 2

בקרים

משוואת בקר יחסי:

$$m_p \% = Ke \% + M\%$$

m_p — מוצא הבקר

e — שגיאה

M — מוצא הבקר עבור $e = 0$

K — הגבר

התחום היחסי (PB):

$$PB\% = \frac{100}{K}$$

משוואת בקר PI:

$$m_{PI}\% = K \left(e\% + R \int e\% dt \right) + M\%$$

בהצלחה!